Université Paris 7 **Premier semestre 2007-2008**
Licence 1ère année **MK1 - Maple**

Feuille d'exercices n°5

Exercice 1. Suites récurentes

On va s'interresser aux suites de la forme $u_{n+1} = f(u_n)$.

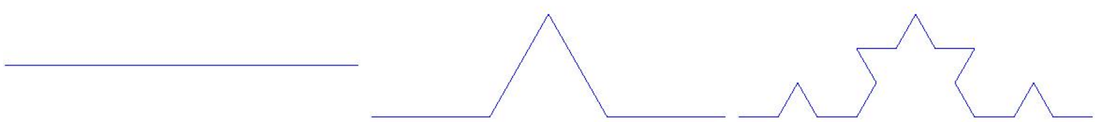
1) Ecrire une fonction « spirale » qui prend trois arguments en entrée : une condition initiale u_0, une fonction f, et enfin le nombre d'itérations n, telle qu'en sortie on affiche sur un même graphe, la fonction f, la fonction $x \to x$, et la ligne polygonale qui joint les points suivants : $[u_0, u_1], [u_1, u_1], [u_1, u_2], [u_2, u_2], [u_2, u_3], \ldots, [u_{n-1}, u_n], [u_n, u_n]$.
   Remarque : on ira voir dans l'aide la fonction « display » qui permet d'afficher plusieurs courbes et on pourra regarder ce qu'affiche Maple avec la commande :

   plot([[1,2],[3,4],[4,4],[4,3]]) ;

2) Tester la fonction avec $f := cos, u_0 := 0.3, n = 10$ puis avec $f(x) := \sqrt{x+2}, u_0 = 0.5, n = 6$, et enfin avec $f(x) := \frac{1}{2}(x + \frac{2}{x}), u_0 = 2, n = 4$. Déterminer la limite éventuelle de la suite dans le dernier cas.
3) Ajouter à la fonction « spirale » une manière d'obtenir une taille de fenêtre automatiquement adaptée, en utilsant les fonctions « max » et « min ».

Exercice 2. Le flocon de Von Koch

Il s'agit d'une des premières courbes fractales découvertes. On la construit par itération : on part d'un segment que l'on partage en 3 parties égales, puis l'on remplace la partie centrale par deux cotés du triangle équilatéral corespondant :



(a) Segment de départ (b) Première étape (c) Deuxième étape

Fig. 1 – L'évolution du flocon de Von Koch

1) Créer une fonction « cart2complex » qui prend en entrée un point (ie : une liste à deux éléments) et qui renvoit le nombre complexe correspondant.

2) Créer une fonction « complex2cart » qui prend en entrée un point complexe et qui renvoit le point correspondant.

3) Créer une fonction « rotation » qui prend en argument des nombres complexes a, b, et un angle (en radian !) θ et qui renvoit l'image de a par la rotation d'angle θ centrée en b. Conseil : faire un dessin !

4) Créer une fonction « transformation » qui prend en entrée une liste de deux points cartésiens A et B et qui renvoit la **séquence** des 4 segments obtenus de la même manière que l'on passe de la figure (a) à la figure (b).

   Remarque : On note un segment sous forme de liste de deux points cartésiens.

5) Créer une fonction qui prend en entrée une liste de points cartésiens, et qui renvoit la n^{ime} itération de la courbe de Von Koch. On utilisera les fonctions « map » et « transforamtion ».

   Tester avec 1,2,3,4 itérations quand on part avec $[0,0]$, $[0,1]$ et $[1,0]$, $[\frac{-1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}]$, $[\frac{-1}{2}, \frac{-\sqrt{3}}{2}]$;

6) Fractales aléatoires : modifier la fonction « transformation » de manière à ce que le sens de rotation soit cette fois aléatoire. On pourra d'abord construire un moyen de tirer à pile ou fâce dans $\{-1, 1\}$, en utilisant la fonction « rand ». Utiliser ensuite cette fonction pour créer une fractale de Von Koch aléatoire.